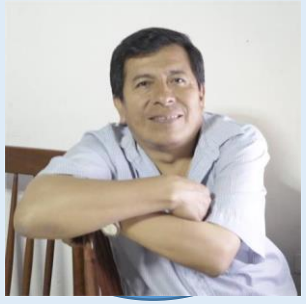

Profesor:
Fortunato Mendoza

ARITMÉTICA

GRUPO PITÁGORAS

PITAGORAS ACADEMIA

CUATRO OPERACIONES

CUATRO OPERACIONES

CUATRO OPERACIONES

I. ADICIÓN

Se denomina adición a la operación binaria que hace corresponder a un par ordenado de números naturales denominados sumandos por uno solo llamado suma

$$\boxed{(A\ ;\ B) \longrightarrow S}$$

Donde: $\boxed{A + B = S}$

A y B : Sumandos

S : Suma

CUATRO OPERACIONES

SUMATORIAS NOTABLES

- $1 + 2 + 3 + ...+ n = \dfrac{n.(n+1)}{2}$
- $1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1) = n^2$
- $2 + 4 + 6 + ...+ (2n) = n.(n + 1)$
- $1^2 + 2^2 + 3^2 + ...+ n^2 = \dfrac{n.(n+1)(2n+1)}{6}$
- $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = [\dfrac{n.(n+1)}{2}]^2$
- $1.2+2.3+3.4 + ...+ n.(n+1)= \dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$
- $a^0 + a^1 + a^2 + a^3 + ... + a^n = \dfrac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$

II. SUSTRACCIÓN

Se denomina sustracción a la operación binaria que hace corresponder a un par ordenado de números naturales denominados minuendo y sustraendo a un tercer número natural llamando diferencia.

$$\boxed{(M\,;\,S) \longrightarrow D}$$

Donde: $\boxed{M - S = D}$

M : Minuendo

S : Sustraendo

D : Diferencia

CUATRO OPERACIONES

Teorema

Sea el numeral $\overline{abc}_n$, donde a> c

Si : $\overline{abc}_n$ - $\overline{cba}_n$ = $\overline{xyz}_n$

Se cumple : $\boxed{y = n-1}$ $\boxed{x + z = n - 1}$

También: $\boxed{a - c = x + 1}$

Ejemplo:

Si : $\overline{abc}_8$ - $\overline{cba}_8$ = $\overline{2yz}_8$

Se cumple : y = 7 2 + z = 7

a – c = 3

COMPLEMENTO ARITMÉTICO

El *complemento aritmético* de un número natural es lo que le falta a dicho número para ser igual a una unidad del orden inmediato superior de su cifra de mayor orden.

Sea $N_{(b)}$ un número de k cifras en base b

$$\boxed{\text{CA}(N_b) = b^k - N_b}$$

Ejemplos:

C.A.(24) = $10^2 - 24$ = 76

C.A.(136) = $10^3 - 136$ = 864

C.A.(5004_8) = $8^4 - 5004_{(8)} = 2774_{(8)}$

C.A.(43000_6) = $6^5 - 43000_{(6)} = 13000_{(6)}$

CUATRO OPERACIONES

Regla práctica para calcular el complemento aritmético

A la primera cifra significativa de la derecha se le resta de la base y a las demás cifras de la izquierda se le resta de la máxima cifra de la base.

Ejemplos:

9 9 9 10 ←

CA(2 3 4 5) = 7 6 5 5

7 7 7 7 8 ←

CA(4 3 2 6 3_8) = 3 4 5 1 5_8

9 9 9 10 ←

CA(6 2 8 3 0 0) = 3 7 1 7 0 0

Nota: CA(943) = 057 = 57

CA(9958) = 0042 = 42

Conclusión: Si CA($\overline{abc}$)=$\overline{xy}$ $\longrightarrow$ a = 9

III. MULTIPLICACIÓN

Es una operación binaria que relaciona un par ordenado de números naturales denominados multiplicando y multiplicador respectivamente, a un tercer número natural llamado producto.

$$\boxed{(A\ ;\ B) \longrightarrow P}$$

Donde:

$$\boxed{A \times B = P}$$

A : Multiplicando

B : Multiplicador

P : Producto

IV. DIVISIÓN

Es una operación binaria que relaciona un par ordenado de números enteros denominados dividendo y divisor; a un tercer número (no necesariamente entero) llamado cociente.

$$\boxed{(D\,;\,d) \longrightarrow q}$$

Donde : $\boxed{D \div d = q}$

D :Dividendo

d : Divisor ($d \neq 0$)

q : Cociente

DIVISIÓN ENTERA

Es un caso particular de la división en la que el dividendo, divisor y cociente son números enteros. En este caso particular hay un cuarto término no negativo llamado residuo.

CLASIFICACIÓN

I. EXACTA (residuo = 0)

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ \hline 0 & q \end{array}$$

Se cumple.

$$\boxed{D = d\,q}$$

II. INEXACTA (residuo ≠ 0)

a) Por defecto

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ \hline r & q \end{array}$$

Se cumple.

$$\boxed{D = d\,q + r}$$

b) Por exceso

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ \hline r_e & q_e \end{array}$$

Se cumple.

$$\boxed{D = d\,q_e - r_e}$$

Propiedades de la división inexacta

Considerando $d \in \mathbb{Z}^{+}$

Se cumple:

1) $q_e = q + 1$

2) $0 < r < d$

3) $r_{mín} = 1$ $\quad r_{máx} = d - 1$

4) $r_d + r_e = d$

Alteración de la división por multiplicación en el dividendo y divisor

Cuando al dividendo y divisor se le multiplica un mismo número natural k

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \cline{2-2} r & q \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|l} D\,k & d\,k \\ \cline{2-2} r\,k & q \end{array}$$

Observación:

El cociente no cambia y el residuo queda multiplicado por dicho número natural.

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

PROBLEMAS

1. Calcule la suma de todos los números de 4 cifras mayores que 5000, que se pueden formar con las cifras 2, 4, 6, 7, 8.

A) 2849775 B) 3959757 C) 3977559 D) 377995 E) 379795

Resolución

1°) Calculamos la cantidad de números

$\overline{abcd} > 5000 \quad cfs: 2; 4; 6; 7; 8$

a	b	c	d
6	2	2	2
7	4	4	4
8	6	6	6
	7	7	7
	8	8	8

3 * 5 * 5 * 5 = 375 #s

2°) Suma de números

$$S_U = \frac{375}{5}(2+4+6+7+8) = 2025$$

$$S_D = \frac{375}{5}(2+4+6+7+8) = 2025$$

$$S_C = \frac{375}{5}(2+4+6+7+8) = 2025$$

$$S_M = \frac{375}{3}(6+7+8) = 2625$$

Luego:

```
    2025 +
   2025
  2025
 2625
-------
2849775
```

Clave: A

PROBLEMAS

2. Si:

$$\overline{cbca} + \overline{a1b5} + \overline{(5+a)ba} = \overline{(5+a)a09}$$

Halle: $a^2 + b^2 + c^2$

A) 15 **B) 35** **C) 29**

D) 22 **E) 45**

Resolución

Sumando en columna

$$\begin{array}{cccc|l} & \color{red}{1} & \color{red}{1} & & \\ & c & b & c\ \ a & \color{red}{+} \\ & a & 1 & b\ \ 5 & \\ & & (5+a) & b\ \ a & \\ \hline (5+a) & a & 0 & 9 & \end{array}$$

UNIDADES: 2a + 5 = 9 $\longrightarrow$ a = 2

DECENAS: c + 2b = 10

CENTENAS: b + 9 = 12 $\longrightarrow$ b = 3 ; c = 4

Piden: $a^2 + b^2 + c^2$= 4 + 9 + 16

$a^2 + b^2 + c^2$= 29

Clave: C

3. Calcule S

$$S = \underbrace{4x50 + 7x48 + 10x46 + 13x44 + \ \dots}_{12 \text{ términos}}$$

A) 6 747 **B) 64 778** **C) 7 446**

D) 6 429 **E) 8 736**

Resolución

Se tiene $S = \underbrace{4x50 + 7x48 + 10x46 + 13x44 + \ \dots}_{12 \text{ términos}}$

$$S = \sum_{i=1}^{12}(3i+1)(-2i+52) = \sum_{i=1}^{12}(-6i^2+154i+52)$$

$$S = -6\sum_{i=1}^{12} i^2 + 154\sum_{i=1}^{12} i + \sum_{i=1}^{12} 52$$

$$S = -6\left(\frac{12\,.13\,.25}{6}\right) + 154\left(\frac{12\,.13}{2}\right) + 52\,.12$$

$$S = -3900 + 12\,012 + 624 \longrightarrow S = 8\,736$$

Clave: E

4. Calcule la suma de las dos últimas cifras de M + N

$\boldsymbol{M = 12_3 + 23_4 + 34_5 + \cdots + \overline{ab}_{(30)}}$ **(n términos)**

N = 3 + 9 + 17 + 27 + 39 + ... **(n términos)**

A) 4 **B) 7** **C) 8** **D) 9** **E) 10**

Resolución

1°) $M = 12_3 + 23_4 + 34_5 + \cdots + \overline{ab}_{(30)}$

Obs: n = 28 ; $\overline{ab}_{(30)} = (28)(29)_{(30)}$

M = 5 + 11 + 19 + 29 + ...+869

6 8 10

2 2

M = $\frac{5n}{1!} + \frac{6n(n-1)}{2!} + \frac{2n(n-1)(n-2)}{3!}$

M = $\frac{5.28}{1} + \frac{6.28.27}{2} + \frac{2.28.27.26}{6}$ = 8960

2°) N = 3 + 9 + 17 + 27 + 39 + ...

6 8 10 12

2 2 2

N = $\frac{3n}{1!} + \frac{6n(n-1)}{2!} + \frac{2n(n-1)(n-2)}{3!}$

N = $\frac{3.28}{1} + \frac{6.28.27}{2} + \frac{2.28.27.26}{6}$ = 8 904

Luego: M + N = 17 864

Piden: 6 + 4 = 10

Clave: E

PROBLEMAS

5. Si: $\overline{abcd} - \overline{dcba} = \overline{2m7n}$

Además $\overline{ab} + \overline{dc}$ **= 96. Calcule a x b x c x d**

A) 922 **B) 945** **C) 495** **D) 895** **E) 800**

Resolución

Datos: $\overline{abcd} - \overline{dcba} = \overline{2m7n}$ ....(1)

$\overline{ab} + \overline{dc}$ = 96 ....(2)

De (1)

$$\begin{array}{cccc} & 10 & 10 & \\ a & b & c & d \\ d & c & b & a \\ \hline 2 & m & 7 & n \end{array} \; -$$

UNID: 10 + d – a = n ⟶ a - d = 10 - n

DEC: 10 + c – 1 – b = 7 ⟶ b – c = 2

CENT: b – 1 - c = m ⟶ m = 1

MILL: a – d = 2 ⟶ n = 8

De (2)

$$\begin{array}{cc} & 1 \\ & \overline{ab} \\ + & \overline{dc} \\ \hline & 96 \end{array}$$

UNID: b + c = 16

b = 9 ; c = 7

DEC: a + d = 8

a = 5 ; d = 3

Piden: $a \,.\, b \,.\, c \,.\, d = 5 \,.\, 9 \,.\, 7 \,.\, 3 = 945$

Clave: B

6. Si:

$$\overline{abyd}_n = \overline{x0a5}_n + \overline{dyba}_n$$

$$\overline{abc}_n = \overline{x7y}_n + \overline{cba}_n$$

Calcule a.x + b.y + c.n

A) 32 **B) 44** **C) 54**

D) 63 **E) 24**

Resolución

Datos: $\overline{abyd}_n - \overline{dyba}_n = \overline{x0a5}_n$ ....(1)

$\overline{abc}_n - \overline{cba}_n = \overline{x7y}_n$ ....(2)

De (2) n = 8 ; x + y = 7 ; a – c = x + 1

De (1)

$$\begin{array}{cccc} & 8 & 8 & \\ a & b & y & d \\ d & y & b & a \\ \hline x & 0 & a & 5_8 \end{array} -$$

1° orden 8 + d – a = 5 ⟶ a - d = 3

2° orden 8 + y – 1 – b = a ⟶ b – y = 7 - a

3° orden b – 1 - y = 0 ⟶ b – y = 1

4° orden a – d = x

Obs: x = 3 ; a = 6 ⟶ y = 4 ; c = 2 ; b = 5

Piden: a. x + b.y + c.n = 6.3 + 5.4 + 2.8 = 54

Clave: C

7. Si:

$$\text{CA}(\overline{ab0}_{(5)}) = CA(\overline{mn2}_{(6)})$$

Calcule la suma de cifras de:

$$\text{C.A}[\overline{(8-x)ab(n-m)(2+x)}]$$

A) 23 **B) 30** **C) 32**
D) 33 **E) 34**

Resolución

Se tiene: $\text{CA}(\overline{ab0}_{(5)}) = CA(\overline{mn2}_{(6)})$

$$5^3 - \overline{ab0}_5 = 6^3 - \overline{mn2}_6 \longrightarrow 125 - \overline{ab}_5.5 = 216 - (\overline{mn}_6.6 + 2)$$

$$6\,\overline{mn}_6 = 5\,\overline{ab}_5 + 89$$

Si $\overline{ab}_5 = 5 = 10_5 \longrightarrow \overline{mn}_6 = 19 = 31_6$ ✗

$\overline{ab}_5 = 11 = 21_5 \longrightarrow \overline{mn}_6 = 24 = 40_6$ ✗

$\overline{ab}_5 = 17 = 32_5 \longrightarrow \overline{mn}_6 = 29 = 45_6$ ✓

$\overline{ab}_5 = 23 = 43_5 \longrightarrow \overline{mn}_6 = 34 = 54_6$ ✗

Luego: $\text{C.A}[\overline{(8-x)ab(n-m)(2+x)}]$

$$\begin{array}{c} 9 \quad 999 \quad 10 \\ =\text{C.A}[\overline{(8-x)321(2+x)}] \end{array}$$

$$= \overline{(1+x)678(8-x)}]$$

$$\sum cfs = 30$$

Clave: B

8. ¿Cuál es el menor valor de a + b + c + d talque CA$(\overline{abcd}) = \overline{ac} + \overline{ad} - 2d$?

A) 25 **B) 28** **C) 18**

D) 23 **E) 22**

Resolución

Se tiene: CA$(\overline{abcd}) = \underbrace{\overline{ac} + \overline{ad} - 2d}$

$\overline{xyz} < 162$

Obs: a = 9 ⟶ CA$(\overline{9bcd})$ = 9c + 7d

$10\,000 - \overline{9bcd} = 9c + 7d$

$1\,000 - 100b - 10c - d = 9c + 7d$

$1\,000 = 100b + 19c + 8d$

Si b = 9 ⟶ $100 = 19\underset{4}{c} + 8\underset{3}{d}$ ⟶ $a + b + c + d = 25$

Si b = 8 ⟶ $200 = 19\underset{8}{c} + 8\underset{6}{d}$ ⟶ $a + b + c + d = 31$

$\boldsymbol{Rpta}$: **25** **Clave: A**

PROBLEMAS

9. Se multiplica un capicúa de cuatro cifras por otro número de tres cifras impares consecutivas crecientes, observándose que la suma de los productos parciales obtenidos es 54945. Halle la suma de cifras del número capicúa; sabiendo que es menor que 5000

A) 14 **B) 15** **C) 16**

D) 17 **E) 18**

Resolución

Sea el capicúa: $\overline{abba} < 5000$

$$\begin{array}{r} \overline{a\ b\ b\ a} \\ \times\ \overline{x\ (x+2)(x+4)} \\ \hline \end{array}$$

Obs: x es impar

Por dato: $\overline{abba}$ (x + 4 + x + 2 + x) = 54 945

$\overline{abba}$. 3(x + 2) = 54 945 $\longrightarrow$ $\overline{abba}$. (x + 2) = 18 315

$\overline{abba}$. (x + 2) = 3663 *5 $\longrightarrow$ $\overline{abba}$ = 3663 ; x = 3 ;

Piden: 3 + 6 + 6 +3 = 18

Clave: E

PROBLEMAS

10. En el sistema de base 7, al sumar 6 veces un número de cuatro cifras se obtiene como resultado el número inicial; pero con las cifras del orden inverso. Halla el número inicial en el sistema decimal.

A) 356 **B) 384** **C) 700**

D) 756 **E) 1056**

Resolución

Sea en numeral: $\overline{abcd}_{(7)}$

Por dato: $\overline{abcd}_{(7)}.6 = \overline{dcba}_{(7)}$

En columna

$$\begin{array}{cccc} & 5 & 5 & \\ \hline a & b & c & d_{(7)} \\ & & & 6 \\ \hline d & c & b & a_{(7)} \end{array} \quad x$$

1° orden a = 1 ; d = 6

6d = 36 = $51_{(7)}$

2° orden 6c + 5 = $\overline{.\,b}_{(7)}$

5 $= 50_{(7)}$ ⟶ c = 5 ; b = 0

3° orden c = 5

Luego: $\overline{abcd}_{(7)} = 1056_{(7)}$

$\overline{abcd}_{(7)} = 384$

Clave: B

PROBLEMAS

11. Si A, B y C tienen 5n+2, 2n+3 y 4n-2 cifras respectivamente. Determinar la cantidad de cifras que tendrá E.

E = $\boldsymbol{\dfrac{A^2 * B^3}{C^4}}$

A) 17 ó 18 ó 19 ó...ó 25 cifras

B) 12 ó 13 ó...ó 18 cifras

C) 10 ó 11 cifras

D) 22 cifras

E) 31 ó 32 cifras

Resolución

Se sabe: E = $\dfrac{A^2 \; * \; B^3}{C^4}$

A: $(5n+2)\,cfs \longrightarrow 10^{5n+1} \le A < 10^{5n+2}$

B: $(2n+3)\,cfs \longrightarrow 10^{2n+2} \le B < 10^{2n+3}$

C: $(4n-2)\,cfs \longrightarrow 10^{4n-3} \le C < 10^{4n-2}$

Luego:

$10^{10n+2} \le A^2 < 10^{10n+4}$ .....(1)

$10^{6n+6} \le B^3 < 10^{6n+9}$ .....(2)

$10^{16n-12} \le C^4 < 10^{16n-8}$

Multiplicando (1) y (2):

$$10^{16n+8} \le A^2B^3 < 10^{16n+13}$$

$$10^{16n-8} > \;\; C^4 \;\; \ge 10^{16n-12} \qquad \div$$

$$10^{16} < \;\; E \;\; < 10^{25}$$

∴ E tiene de 17 a 25 cifras

Clave: A

12. Se divide un número de 4 cifras entre cierto número obteniéndose un residuo igual a 80. Si se multiplica por 7 al dividendo y por 3 al divisor; entonces al dividir nuevamente el residuo es 298. Hallar la suma de cifras del dividendo inicial; sabiendo que es lo menor posible.

A) 11 **B) 13** **C) 12**

D) 18 **E) 14**

Resolución

Sea N = $\overline{xyzw}$

$$\begin{array}{r|l} N & d \\ \hline 80 & q \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|l} 7N & 3d \\ \hline 298 & q' \end{array}$$

Se cumple: $N = dq + 80$ $\ldots..(1)$

$7N = 3dq' + 298$ $\ldots..(2)$

(1) en (2) 7(dq + 80) = $3dq' + 298$

7dq + 560 = $3dq' + 298$

262 = d$(3q' - 7q)$ $* \ 262 = 2 . 131$

Si: d = 131 ; $3q' - 7q = 2$ ➡ $3q' = 7q + 2$

$q' = 24$, $q = 10$

N = 131q + 80

$N_{min} = 1390$

Si: d = 262 ; $3q' - 7q = 1$ ➡ $3q' = 7q + 1$

$q' = 12$, $q = 5$

N = 262q + 80

$N_{min} = 1390$

$\sum cfs = 13$

Clave: B

13. En una división inexacta, donde al residuo le faltan 13 unidades para ser máximo. Si al dividendo se le multiplica por 25 y se efectúa nuevamente la división, se observa que el residuo no se altera y que el cociente queda multiplicado por 26. Calcule el valor del dividendo, sabiendo que el cociente es la mitad del residuo.

A) 670 **B) 720** **C) 850**

D) 960 **E) 1140**

Resolución

Sea $\begin{array}{r|l} D & d \\ \hline r & q \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|l} 25D & d \\ \hline r & 26q \end{array}$

$r + 13 = d - 1$ $\ldots..(\propto)$

$r = 2q$

Se cumple: $D = dq + r$ $\ldots..(1)$

$25D = d(26q) + r \ldots..(2)$

(1) en (2): $25(dq + r) = 26dq + r$

$24r = dq \longrightarrow 24(2q) = dq$

$d = 48$

$En\ (\propto)$ $r + 13 = 47 \longrightarrow r = 34$; $q = 17$

Luego $D = 48(17) + 34$

$D = 850$

Clave: C

PROBLEMAS

14. Un número "N" de 3 cifras se divide entre 27 dando un cierto residuo; su doble que es un número de 4 cifras se divide entre el cociente anterior y da 55 como cociente y 3 de residuo. ¿Cuántos de éstos números existen?

A) 9 **B) 12** **C) 16**

D) 18 **E) 15**

Resolución

Sea N = $\overline{abc}$

$$\begin{array}{r|l} \overline{abc} & 27 \\ \hline r & q \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|l} 2\,\overline{abc} & q \\ \hline 3 & 55 \end{array} \quad ; \overline{abc} \geq 500$$

Se cumple: $\overline{abc} = 27q + r$ ..... (1)

$2\,\overline{abc} = 55q + 3$ ..... (2)

(1) en (2) $2(27q + r) = 55q + 3 \longrightarrow 2r = q + 3$

$2r - 3 = q$

En (1)

$\overline{abc} = 27(2r - 3) + r \longrightarrow \overline{abc} = 55r - 81$

Se cumple: $500 \leq 55r - 81 \leq 999$

$10{,}5 \leq r \leq 19{,}6$

$r = 11; 12; 13; \ldots; 19 \longrightarrow$ 9 valores

Rpta: 9 **Clave: A**

15. Un alumno divide un número de cuatro cifras entre la suma de cifras del número obteniendo una división inexacta; de manera que al número se le puede sumar 114 y 147 como mínimo y máximo para que el cociente aumente en 4 unidades. ¿Cuál es la cifra de mayor orden del número?

A) 9 **B) 8** **C) 7**

D) 6 **E) 5**

Resolución

Sea N = $\overline{abcd}$

$$\begin{array}{r|l} \overline{abcd} & a+b+c+d \\ \hline r & q \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|l} \overline{abcd}+x & a+b+c+d \\ \hline r' & q+4 \end{array}$$

Se cumple: $\overline{abcd}$ = (a+b+c+d)q + r ….. (1)

$\overline{abcd}$ + x = (a+b+c+d)(q + 4) + r'….. (2)

PROBLEMAS

(2) - (1) : $x = (a+b+c+d)\,4 + r' - r$

Si $x = 114 \rightarrow r' = 0 \rightarrow 114 = (a+b+c+d)\,4 - r \quad \ldots\ldots(\propto)$

Si $x = 147 \rightarrow r' = (a+b+c+d) - 1 \rightarrow 147 = (a+b+c+d)\,4 + (a+b+c+d) - 1 - r$

$148 = (a+b+c+d)\,5 - r \quad \ldots\ldots(\beta)$

$(\beta) - (\propto) \quad a + b + c + d = 34\,; \quad r = 22$

Obs: $7999 \leq \overline{abcd} \leq 9997$

Luego $\overline{abcd} = 34q + 22$

Obs: d es par $\rightarrow$ d = 8 $\rightarrow$ $\overline{abcd} = \begin{cases} 8998 \checkmark \\ \cancel{9898} \\ \cancel{9988} \end{cases}$ $\rightarrow$ q = 264

Rpta: 8

Clave: B

16. Si:

$$S_1 = 7$$
$$S_2 = S_1 + 26$$
$$S_3 = S_2 + 63$$

Entonces S_{11} es igual a:

A) 6 072 **B) 6 084** **C) 6 678**

D) 6 804 **E) 6 948**

Resolución

$$S_1 = 7 \qquad = 7 \qquad = 3^2 - 2 \quad = \left(\frac{2.3}{2}\right)^2 - 2$$

$$S_2 = 7 + 26 \qquad = 33 \qquad = 6^2 - 3 \quad = \left(\frac{3.4}{2}\right)^2 - 3$$

$$S_3 = 7 + 26 + 63 \qquad = 96 \qquad = 10^2 - 4 \quad = \left(\frac{4.5}{2}\right)^2 - 4$$

$$\vdots$$

$$S_{11} = \qquad = \qquad = \qquad = \left(\frac{12.13}{2}\right)^2 - 12$$

Luego: $S_{11} = 6\,072$

Clave: A

PROBLEMAS

17. En un sistema de numeración de base n, se cumple que la suma de cifras del complemento aritmético del número. M es 76. ¿Cuál es este sistema si se tiene que M= 2 x n^{27} + 3 x n^{23} ?

A) Senarfio B) Nonario C) Undecimal D)Hexadecimal E)Heptadecimal

Resolución

Se tiene $\mathrm{M} = 2 \times \mathrm{n}^{27} + 3 \times \mathrm{n}^{23}$

$$\mathrm{M} = 2\,0\,0\,0\,3\,\underbrace{0\,0 \ldots .\,0\,0}_{23\ cfs}{}_{(n)}$$

Dato: $\sum cfs = 76$

$5n - 9 = 76 \longrightarrow n = 17$

Rpta: Heptadecimal

Clave: E

Por el método prático

$$\begin{array}{cccccccc} & n-1 & n-1 & n-1 & n-1 & n & \longleftarrow & \\ \mathrm{M} = & 2 & 0 & 0 & 0 & 3 & 00\ldots00_{(n)} \end{array}$$

$$CA(M) = \overline{(n-3)(n-1)(n-1)(n-1)(n-3)00\ldots00_n}$$

PROBLEMAS

18. Se tiene un número de K cifras significativas cuya suma de sus cifras es 56, además la suma de cifras de su complemento aritmético es 44. Calcular el valor de K.

A) 10 **B) 11** **C) 12**

D) 13 **E) 14**

Resolución

Sea $\text{N} = \overline{a_1 a_2 \ldots\ldots a_k}$

$a_1;\ a_2;\ \ldots\ldots;\ a_k \neq 0$

$a_1 + a_2 + \cdots\ldots + a_k = 56$

Por el método prático

$$\text{N} = \overline{\overset{9}{a_1} \quad \overset{9}{a_2}\ldots\ldots \quad \overset{9}{a_{k-1}} \quad \overset{10}{a_k}}$$

$$CA(N) = \overline{(9-a_1)(9-a_2)\ldots\ldots(9-a_{k-1})(10-a_k)}$$

Dato: $\sum cfs = 44$

$9k + 1 - (a_1 + a_2 + \cdots\ldots + a_k) = 44$

$9k + 1 - 56 = 44 \longrightarrow 9k = 99$

$k = 11$

Clave: B

19. Si el número $\overline{1ab}$ se multiplicó por el complemento aritmético de $\overline{ab}$ se obtiene un producto que termina en 751, entonces el mayor valor de (a + b) es:

A) 10 **B) 11** **C) 12**

D) 13 **E) 14**

Resolución

Por dato: $\overline{1ab}$. CA($\overline{ab}$) = ...751

$\overline{1ab}\,(100-\overline{ab})$ = ...751 $\longrightarrow$ $(100+\overline{ab})(100-\overline{ab})$ = ...751

10000 - $\overline{ab}^2 =$ ... 751 $\longrightarrow$ ...249 = $\overline{ab}^2$ ....(1)

De (1)

$$\begin{array}{r} \overline{a\,b} \\ \times\ \overline{a\,b} \\ \hline .\ \ .\ \ 9 \\ .\ \ .\ \ .\ \ \ \\ \hline .\ \ .\ \ .\ \ 2\ 4\ 9 \end{array}$$

*Si b = 3

3a + 3a = . 4 $\longrightarrow$ 6a = . 4 $\longrightarrow$ a = $\left\langle \begin{array}{l} \cancel{4} \\ \cancel{9} \end{array}\right.$

*Si b = 7

7a + 4 + 7a = . 4 $\longrightarrow$ 14a = . 0 $\longrightarrow$ a = 5

Comprobación: $57^2 = 3249$

Piden: a + b = 5 + 7 = 12 **Clave: C**

20. En una división inexacta el divisor es 47 y el residuo 4. Halle la suma de todos los números que se suman al dividendo para que el cociente aumente en 2 unidades. Considere sólo división inexacta por defecto.

A)2 221 **B) 3 221** **C) 4 221**

D) 5 221 **E) 6 221**

Resolución

Por dato:

$$\begin{array}{l|l} D & 47 \\ \hline 4 & q \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l|l} D + x & 47 \\ \hline r & q+2 \end{array}$$

Se cumple: $D = 47q + 4 \quad \ldots\ldots(1)$

$D + x = 47(q+2) + r \quad \ldots\ldots(2)$

(2) - (1) $\quad x = 47(2) + r - 4 \longrightarrow x = 90 + r$

$$r = 1; 2; \ldots; 46$$

$$x = 91; 92; \ldots; 136$$

Piden:

$$91 + 92 + \cdots + 136 = \left(\frac{91 + 136}{2}\right)46$$

$$= 5221$$

Clave: D

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS